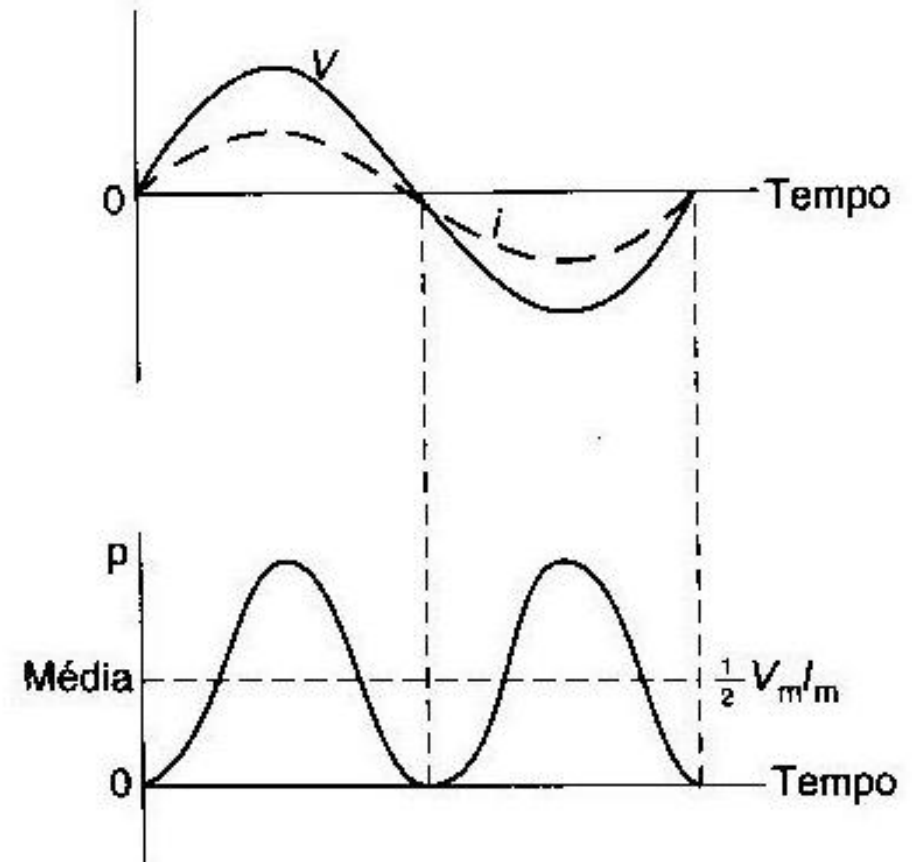


Potência nos circuitos de C.A.

A figura abaixo mostra o andamento temporal da tensão e da corrente através de uma resistência, estando ambas em fase.

A potência p é o produto da tensão pela corrente. A variação da potência com o tempo é mostrada também na figura abaixo.



Potência nos circuitos de C.A.

Sendo a corrente i e a tensão u dadas por: $i = I_m \operatorname{sen} \omega t$; $u = U_m \operatorname{sen} \omega t$

Então a potência p será dada por: $p = \frac{1}{2} I_m U_m (1 - \cos 2\omega t)$

$$p = i u = I_m \operatorname{sen} \omega t U_m \operatorname{sen} \omega t; \quad 2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B = \cos(A - B) - \cos(A + B)$$

$$\operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \omega t = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2};$$

Esta é a equação que descreve a variação da potência com o tempo uma resistência pura. Verificamos que ela descreve uma variação co-senoidal de frequência dupla, em torno de um valor médio.

Potência nos circuitos de C.A.

Para uma indutância pura, a variação da corrente e tensão é mostrada na figura ao lado, e analiticamente, por:

$$i = I_m \sin \omega t ; u = U_m \cos \omega t$$

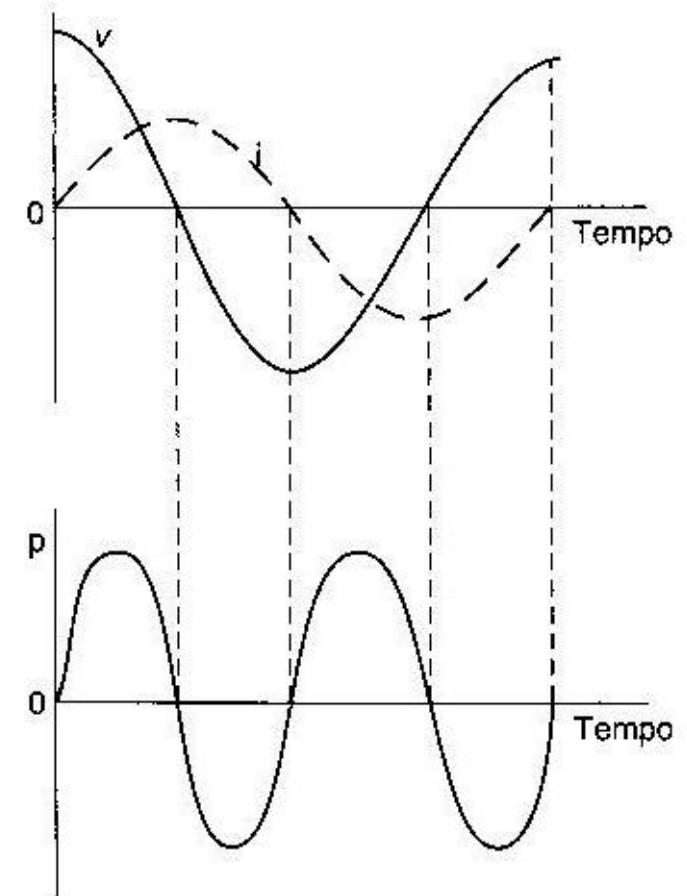
Neste caso, a potência p é dada por: $p = \frac{1}{2} I_m U_m \sin 2\omega t$

$$p = i u = I_m \sin \omega t U_m \cos \omega t;$$

$$2 \sin A \cos B = \sin(A + B) + \sin(A - B)$$

$$\sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$$

A potência varia em torno do eixo zero com frequência dupla, sendo o seu valor médio zero.



Potência nos circuitos de C.A.

Na parte do ciclo onde a corrente é positiva a energia é armazenada no campo magnético do indutor, enquanto que na parte do ciclo onde a corrente é negativa regista-se uma descarga dessa energia para o circuito.

Para uma capacitância pura, a variação temporal da corrente e tensão é mostrada na figura ao lado, e analiticamente, por:

$$i = I_m \sin \omega t ; u = U_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

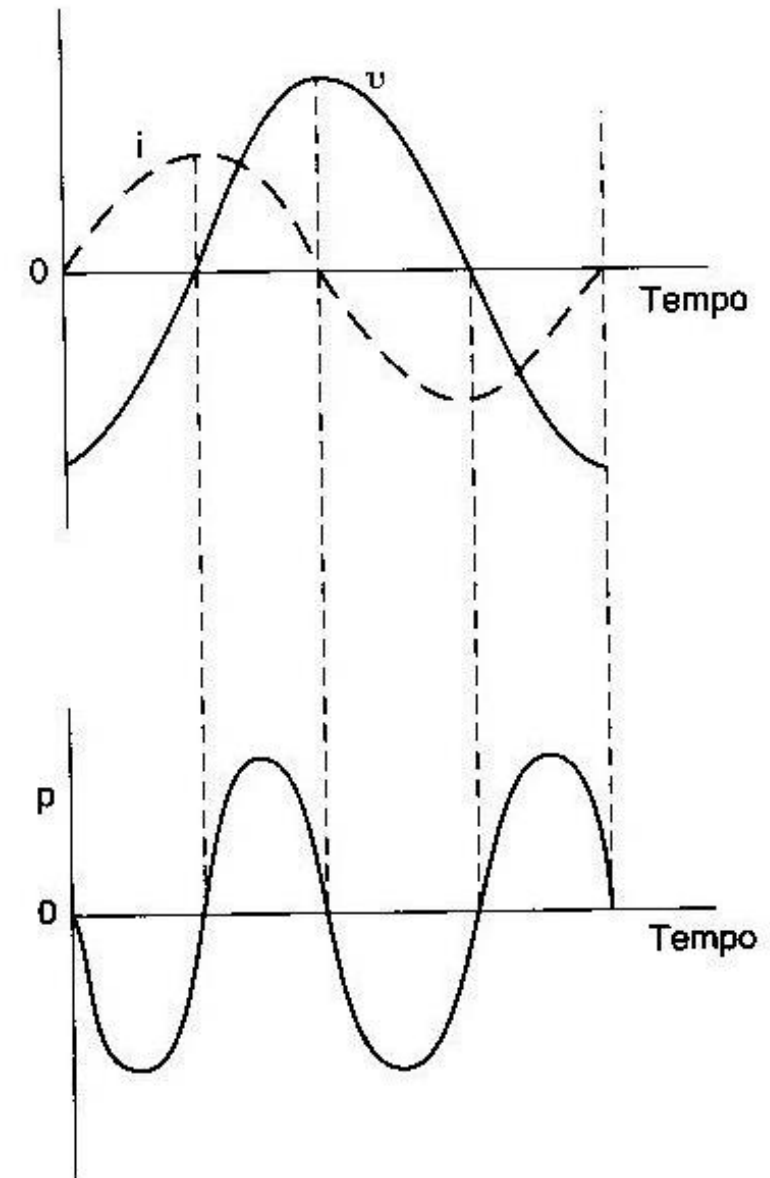
Potência nos circuitos de C.A.

Neste caso, a potência p é dada por:

$$p = \frac{1}{2} I_m U_m \operatorname{sen}(2\omega t - 180^\circ) = -\frac{1}{2} I_m U_m \operatorname{sen} 2\omega t$$

$$\begin{aligned} 2\operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}(\omega t - 90^\circ) &= \cos 90^\circ - \cos(2\omega t - 90^\circ) \\ &= -\operatorname{sen} 2\omega t = \operatorname{sen}(2\omega t - 180^\circ) \end{aligned}$$

A potência varia em torno do eixo zero com frequência dupla, sendo o seu valor médio zero. Na parte do ciclo onde a tensão é positiva a energia é armazenada no campo elétrico do capacitor, enquanto que na parte do ciclo onde a corrente é negativa regista-se uma descarga dessa energia para o circuito.



Potência nos circuitos de C.A.

No caso geral, quando se regista uma diferença de fase ϕ entre a tensão e a corrente (figura abaixo):

$$u = U_m \sin \omega t; i = I_m \sin(\omega t - \phi);$$

A potência p é então dada por:

$$p = i u = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \phi)$$

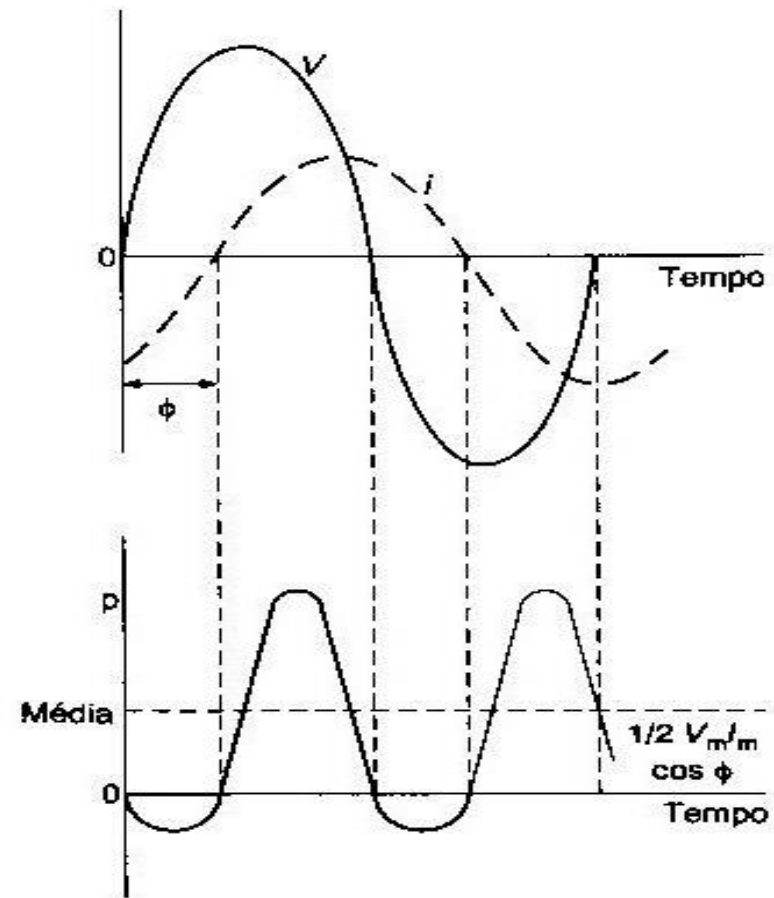
Considerando que:

$$2 \sin \omega t \sin(\omega t - \phi) = \cos \phi - \cos(2\omega t - \phi)$$

Resulta em:

$$p = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \phi - \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t - \phi)$$

A figura ao lado mostra o gráfico da última equação. O segundo termo da equação descreve uma potência que oscila no tempo com frequência 2ω .



Potência nos circuitos de C.A.

O primeiro termo da equação descreve um nível constante de potência e é em torno desse valor que a oscilação de potência ocorre. Para um ciclo completo, o segundo termo terá um valor médio igual a zero. Assim, a potência média é dada por:

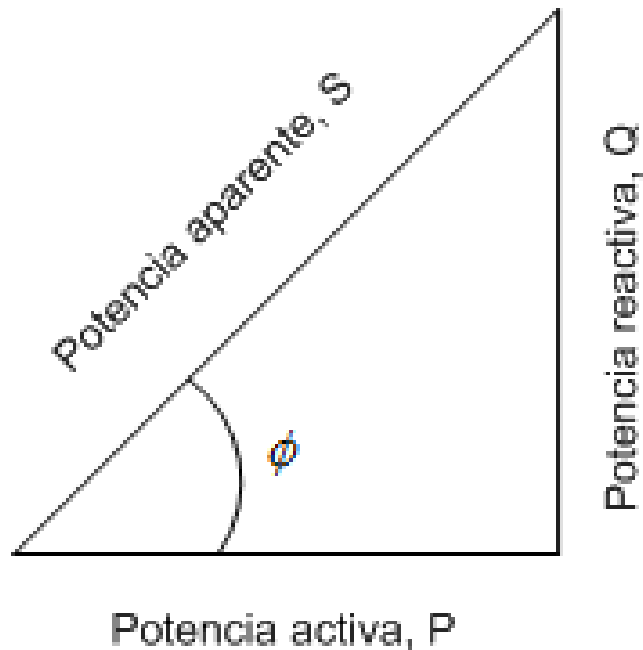
$$P_{med} = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \phi \quad \text{ou:} \quad P_{med} = IU \cos \phi$$

Ao produto dos valores eficazes da corrente e da tensão designa-se por produto volt-ampère ou potência aparente. A sua unidade é dada em VA. A potência aparente multiplicada pelo factor $\cos \phi$, dá a potência activa ou potência real. Por essa razão, $\cos \phi$ é conhecido como factor de potência.

$$S = IU$$

Potência nos circuitos de C.A.

Triângulo de potências



$$S = IU$$

$$P = IU \cos \phi$$

$$Q = IU \sin \phi$$

Potência nos circuitos de C.A.

Suponhamos que temos circuito alimentado com tensão sinusoidal da qual resulta uma corrente sinusoidal:

$$\bar{U} = U \angle \phi_U$$

$$\bar{I} = I \angle \phi_I$$

O produto destas grandezas resulta em:

$$\bar{U} * \bar{I} = UI \cancel{\angle \phi_U + \phi_I}$$

Como se pode constatar o desfasamento entre a tensão e a corrente não aparece correctamente definido. Para que isso suceda, deve-se multiplicar pelo conjugado da corrente:

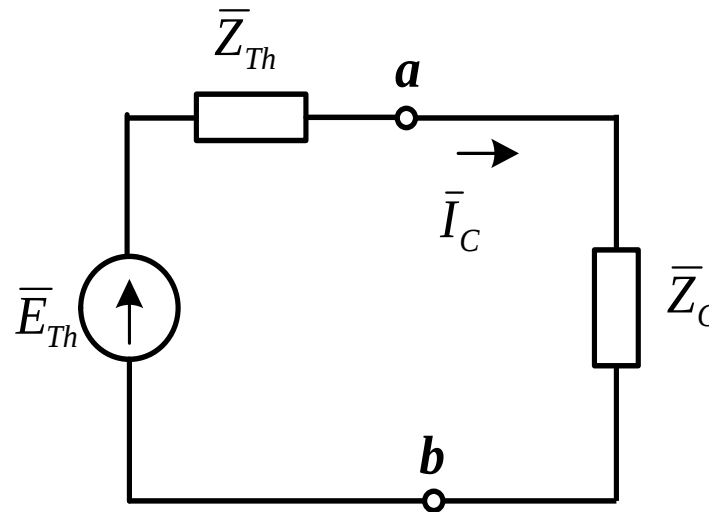
$$\bar{S} = \bar{U} * \bar{I}^* = UI \angle \phi_U - \phi_I = \underline{P + jQ}$$

$$\bar{S}_F = \sum \bar{E} \bar{I}^* + \sum \bar{U}_J \bar{J}^* = P_F + jQ_F$$

$$P_C = \sum I_K^2 R_K ; Q_C = \sum I_K^2 X_K \begin{cases} +, X = X_L \\ -, X = X_C \end{cases}$$

Máxima transferência de potência

Uma rede pode ser considerada como contendo dois elementos, a fonte e a carga. A fonte pode ser substituída por um circuito equivalente de Thevenin ou um circuito de Norton. Assim para uma rede de corrente alternada, a representação da fonte equivalente de Thevenin e considerando uma carga, $\bar{Z}_C$ será:



Máxima transferência de potência

A potência na carga é dada por:

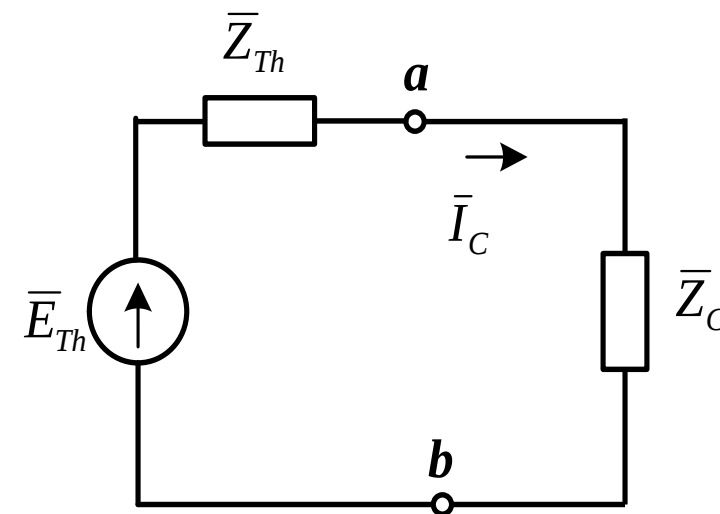
$P = I_C^2 R_C$; Atendendo que a corrente na carga é:

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{E}_{th}}{(R_{th} + R_C) + j(X_{th} + X_C)}; I_C = \frac{E_{th}}{\sqrt{(R_{th} + R_C)^2 + (X_{th} + X_C)^2}}$$

Pode-se escrever a expressão da potência como se segue:

$$P = \frac{E_{th}^2 R_C}{(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2}$$

$$\bar{Z}_C = R_C + jX_C$$



Máxima transferência de potência

Neste caso, verifica-se que a potência pode depender de R_C ou de X_C . Assim o máximo pode ocorrer em duas situações:

$$\frac{dP}{dR_C} = 0$$

$$\frac{dP}{dX_C} = 0$$

$$P = \frac{E_{th}^2 R_C}{(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2}$$

$$\frac{dP}{dR_C} = 0 \rightarrow \frac{dP}{dR_C} = \frac{E_{th}^2 [(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2] - 2R_C (R_C + R_{th}) E_{th}^2}{[(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2]^2} = 0$$

$$\rightarrow \frac{E_{th}^2 [(R_{th}^2 - R_C^2) + (X_C + X_{th})^2]}{[(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2]^2} = 0 \rightarrow \begin{cases} R_C = R_{th} \\ X_C = -X_{th} \end{cases}$$

Máxima transferência de potência

Neste caso, verifica-se que a potência pode depender de R_C ou de X_C . Assim o máximo pode ocorrer em duas situações:

$$\frac{dP}{dX_C} = 0 \rightarrow \frac{dP}{dX_C} = \frac{-2R_C E_{th}^2 (X_C + X_{th})}{[(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2]^2} = 0 \rightarrow X_C = -X_{th}$$

$$\underline{\bar{Z}_C = \bar{Z}_{th}^* = R_{th} - j X_{th}}$$

$$P = \frac{E_{th}^2 R_C}{(R_C + R_{th})^2 + (X_C + X_{th})^2}$$

$$P_{MAX} = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}}$$