

TEMA 4: CORRENTES NÃO SINUSOIDAIS EM CIRCUITOS LINEARES

Causas do aparecimento de correntes não-sinusoidais

Muitas vezes encontram-se correntes alternadas, que são periódicas mas cuja forma de onda é diferente da sinusoidal.

Uma forma de onda não-sinusoidal pode ser produzida em quatro tipos fundamentalmente diferentes de circuitos:

- No primeiro caso, uma fonte de tensão ou corrente gera uma f.e.m. ou corrente não-sinusoidal, enquanto os outros elementos do circuito (resistências, indutâncias e capacitâncias) são lineares;
- No segundo caso, uma fonte de tensão ou corrente gera uma f.e.m. ou corrente sinusoidal num circuito com pelo menos um elemento não-linear;
- No terceiro caso, uma fonte de tensão ou corrente gera uma f.e.m. ou corrente não-sinusoidal num circuito com pelo menos um elemento não-linear;

Causas do aparecimento de correntes não-sinusoidais

- No quarto caso, a fonte gera uma corrente contínua ou uma f.e.m. sinusoidal num circuito com pelo menos um elemento que varia periodicamente;

No nosso estudo vamos nos debruçar ao estudo dos circuitos referidos no primeiro caso, isto é, em que uma fonte de tensão ou corrente gera uma f.e.m. ou corrente não-sinusoidal, enquanto os outros elementos do circuito (resistências, indutâncias e capacitâncias) são lineares.

Representação de correntes não-sinusoidais por meio de séries de fourier

Das matemáticas sabe-se que qualquer função $f(x)$ que é periódica (com período 2π) e satisfaz as condições estabelecidas por Dirichlet, apresentadas a seguir, pode ser representada por uma série de parcelas em cosseno e seno, designada série de fourier:

1. Qualquer função periódica somente pode ter um número finito de descontinuidades num período;
2. Uma função periódica pode oscilar somente com um número finito de máximos e mínimos num período;
3. Uma função periódica deve ter um valor médio finito.

Representação de correntes não-sinusoidais por meio de séries de fourier

Seja x a variável relacionada com o tempo, $x = \omega t = 2\pi \frac{t}{T}$,
onde T é período da função.

Uma série de fourier tem a forma:

$$f(x) = A_0 + A'_1 \text{ sen } x + A'_2 \text{ sen } 2x + A'_3 \text{ sen } 3x + A'_4 \text{ sen } 4x + \dots \\ \dots + A''_1 \cos x + A''_2 \cos 2x + A''_3 \cos 3x + A''_4 \cos 4x + \dots$$

A_0 é o termo constante;

A'_1 é a amplitude do termo fundamental em seno;

Representação de correntes não-sinusoidais por meio de séries de fourier

A'_k é aplitude da harmónica de ordem k em seno.

A''_1 é a amplitude do termo fundamental em coseno

A''_k é amplitude da harmónica de ordem k em conseno.

Representação de correntes não-sinusoidais por meio de séries de fourier

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx ; A'_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \operatorname{sen} kx dx$$

$$A''_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx dx$$

$$A'_k \operatorname{sen} kx + A''_k \cos kx = A_k \operatorname{sen} (kx + \psi_k) ; A_k = \sqrt{(A'_k)^2 + (A''_k)^2}$$

$$\psi_k = -\arctan \frac{A''_k}{A'_k}$$

$$f(x) = A_0 + A_1 \operatorname{sen} (x + \psi_1) + A_2 \operatorname{sen} (2x + \psi_2) + \dots = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \operatorname{sen} (k x + \psi_k)$$

$$f(x) = A_0 + A'_1 \operatorname{sen} x + A'_2 \operatorname{sen} 2x + A'_3 \operatorname{sen} 3x + A'_4 \operatorname{sen} 4x + \dots$$

$$\dots + A''_1 \cos x + A''_2 \cos 2x + A''_3 \cos 3x + A''_4 \cos 4x + \dots$$

Valor médio e valor eficaz de uma corrente não-sinusoidal

O valor médio de uma função não-sinusoidal é dado por:

$$F_{MED} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(\omega t)| d\omega t$$

O valor eficaz de uma corrente não-sinusoidal I pode ser expresso em função da corrente instantânea i , por:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

Se a corrente instantânea é:

$$i = I_0 + I_{1m} \text{ sen } (\omega t + \psi_1) + I_{2m} \text{ sen } (2\omega t + \psi_2) + \dots$$

Valor médio e valor eficaz de uma corrente não-sinusoidal

$$i^2 = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km}^2 \operatorname{sen}^2(k\omega t + \psi_k) + \sum_{\substack{p=0 \\ q \neq 0 \\ p \neq q}}^{\infty} I_{pm} I_{qm} \operatorname{sen}(p\omega t + \psi_p) \operatorname{sen}(q\omega t + \psi_q)$$

$$\int_0^T \operatorname{sen}^2(k\omega t + \psi_k) dt = \frac{T}{2}$$

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

$$\int_0^T \operatorname{sen}(p\omega t + \psi_p) \operatorname{sen}(q\omega t + \psi_q) dt = 0$$

$p \neq q$

$$I^2 = I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots \rightarrow I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

$$i = I_0 + I_{1m} \operatorname{sen}(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \operatorname{sen}(2\omega t + \psi_2) + \dots$$

Factores de forma, de amplitude e de distorção

Factor de forma – é a razão entre o valor eficaz e o valor médio absoluto.

$$FF = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |i(t)| dt}$$

Factor de amplitude – é a razão entre o valor máximo e o valor eficaz.

$$FA = \frac{I_{\max}}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}$$

Factores de forma, de amplitude e de distorção

Factor de distorção – é a razão entre o valor eficaz de todas as harmónicas e o valor eficaz do termo fundamental.

$$TDH = \frac{\sqrt{\sum_{k \neq 1} I_K^2}}{I_1}$$

Potências das correntes não-sinusoidais

A potência média P num circuito alimentado por uma tensão não sinusoidal u e uma corrente não-sinusoidal i é:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i \, dt$$

$$u = U_0 + U_{1m} \operatorname{sen}(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \operatorname{sen}(2\omega t + \psi_2) + U_{3m} \operatorname{sen}(3\omega t + \psi_3) + \dots$$

$$i = I_0 + I_{1m} \operatorname{sen}(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + I_{2m} \operatorname{sen}(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + \\ + I_{3m} \operatorname{sen}(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \dots$$

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots$$

$$S = U I$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad ; \quad U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}$$

$$Q = U_1 I_1 \operatorname{sen} \varphi_1 + U_2 I_2 \operatorname{sen} \varphi_2 + U_3 I_3 \operatorname{sen} \varphi_3 + \dots$$

Métodos de cálculo de circuitos eléctricos com fontes não-sinusoidais

Antes de calcularmos um circuito eléctrico não sinusoidal, devemos desenvolver a f.e.m. em série de fourier.

De acordo com o princípio de sobreposição a corrente instantânea de qualquer ramo numa rede iguala a soma das correntes instantâneas devidas aos vários harmónicos através dessa parte.